

نام و نام خانوادگی :

شماره دانشجویی :

نام درس : احتمال مهندسی

رشته و مقطع : کارشناسی

نام استاد :



نیمسال : دوم

تاریخ امتحان : ۹۷/۲/۱۰

سال تحصیلی : ۹۶-۹۷

مدت پاسخگویی : ۷۰ دقیقه

پروژه و تحقیق	حضور در کلاس	میان ترم	پایان ترم	نمره نهایی

(۱) می‌خواهیم از بین ۸ مرد و ۷ زن گروهی متشکل از ۶ نفر تشکیل دهیم. اگر بخواهیم در این گروه حداقل ۳ مرد و حداقل دو زن وجود داشته باشند به چند طریق این کار ممکن است؟ اگر دو مرد نخواهند با هم انتخاب شوند این کار به چند طریق قابل انجام است؟

حل

در این حالت باید یا ۴ مرد و دو زن باشند یا ۳ مرد و ۳ زن

بنابراین داریم

$$\binom{8}{4}\binom{7}{2} + \binom{8}{3}\binom{7}{3}$$

در این حالت فرض می‌کنیم این دو مرد با هم انتخاب شوند و سپس از کل حالات کم می‌کنیم. تعداد حالاتی که این دو با هم انتخاب شوند برابر است با

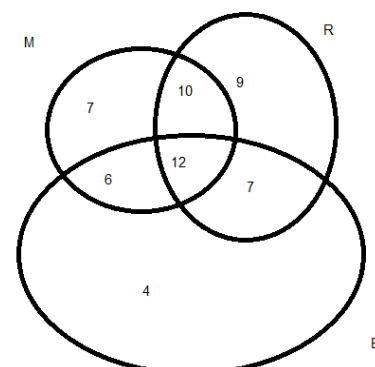
$$\binom{2}{2}\binom{6}{2}\binom{7}{2} + \binom{2}{2}\binom{6}{1}\binom{7}{3}$$

و در نتیجه تعداد کل برابر است با تفریق این دو مقدار.

(۲) از بین ۷۰ ورودی دانشکده برق، ۳۵ نفر درس مدار، ۳۸ نفر ریاضی مهندسی، ۲۹ نفر درس الکترومغناطیس، ۲۲ نفر هر دو درس مدار و ریاضی مهندسی، ۱۸ نفر هر دو درس مدار و الکترومغناطیس و ۱۹ نفر هر دو درس ریاضی مهندسی و الکترومغناطیس و ۱۲ نفر هر سه درس را اخذ کرده‌اند. فردی را از این ۷۰ نفر انتخاب می‌کنیم.

الف) احتمال آنکه هیچکدام از دروس فوق را اخذ نکرده باشد؟ ب) احتمال آنکه فقط یک درس را اخذ کرده باشد؟ پ) احتمال آنکه فقط در دو درس مدار و ریاضی مهندسی ثبت نام کرده باشد؟

حل



70-56=15

$$\frac{7+10+9}{70} = \frac{26}{70} \text{ (پ)} \quad \frac{7+9+4}{70} = \frac{20}{70} \text{ (ب)} \quad \frac{15}{70} \text{ (الف)}$$

(۳) ۱۲ نفر در یک اتاق قرار دارند. احتمال آن را حساب کنید که:

الف) ۵ نفر در یک فصل و ۵ نفر در یک فصل دیگر و ۲ نفر آخر نیز در یک فصل غیر از دو فصل اول به دنیا آمده باشند.  
ب) در هر فصل سال ۳ نفر به دنیا آمده باشند. (۴ نمره).

حل

تعداد کل حالات  $4^{12}$  نفر است چون هر شخص ۴ انتخاب دارد

الف) در ابتدا یکی از ۴ فصل انتخاب میشود و در آن ۵ نفر از ۱۲ نفر انتخاب میشوند سپس فصل دیگری از سه فصل انتخاب نشده انتخاب شده و در آن ۵ نفر دیگر از ۷ نفر باقیمانده انتخاب میشوند و در نهایت یک فصل دیگر و دو شخص باقیمانده در آن فصل به دنیا می آیند. چون در دو فصل تعداد افراد یکی است (هر دو ۵ نفر) حاصل به 2! تقسیم میشود

$$\frac{\binom{4}{1} \binom{12}{5} \binom{3}{1} \binom{7}{5} \binom{2}{1} \binom{2}{2}}{2! \cdot 4^{12}}$$

ب) در ابتدا یکی از ۴ فصل انتخاب میشود و در آن ۳ نفر از ۱۲ نفر انتخاب میشوند سپس فصل دیگری از سه فصل انتخاب نشده انتخاب شده و در آن ۳ نفر دیگر از ۹ نفر باقیمانده انتخاب میشوند و ... چون در چهار فصل تعداد افراد یکی است (همگی ۴ نفر) حاصل به 4! تقسیم میشود

$$\frac{\binom{4}{1} \binom{12}{3} \binom{3}{1} \binom{9}{3} \binom{2}{1} \binom{6}{3} \binom{1}{1} \binom{3}{3}}{4! \cdot 4^{12}}$$

۴) فروشگاه‌های A، B و C به ترتیب ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ نفر کارمند دارند و به ترتیب ۲۰٪، ۴۰٪ و ۶۰٪ کارمندان آنها زن هستند.  
الف) اگر امکان استعفا بین کارمندان یکسان باشد و یک کارمند زن استعفا دهد با چه احتمالی وی از فروشگاه B است؟  
ب) اگر یک کارمند مرد استعفا دهد با چه احتمالی وی از فروشگاه A است؟

حل

RM: پیشامد استعفای یک مرد

RW: پیشامد استعفای یک مرد

SWA: پیشامد کارمند زن فروشگاه A

SWB: پیشامد کارمند زن فروشگاه B

SWC: پیشامد کارمند زن فروشگاه C

SMA: پیشامد کارمند زن فروشگاه A

SMB: پیشامد کارمند زن فروشگاه B

SMC: پیشامد کارمند زن فروشگاه C

الف)  $P(SWB|RW)$

$$P(SWB | RW) = \frac{P(RW | SWB)P(SWB)}{P(RW)} = \frac{\frac{75}{225} * .4}{\frac{100}{225}} = \frac{3}{10}$$

$$P(RW) = P(RW | SWA)P(SWA) + P(RW | SWB)P(SWB) + P(RW | SWC)P(SWC) = \frac{50}{225} * .2 + \frac{75}{225} * .4 + \frac{100}{225} * .6 = \frac{100}{225}$$

ب)

$$P(SMA | RW) = \frac{P(RW | SMA)P(SMA)}{P(RW)} = \frac{\frac{50}{225} * .8}{\frac{125}{225}} = \frac{40}{125} = \frac{8}{25}$$

$$P(RM) = P(RM | SMA)P(SMA) + P(RM | SMB)P(SMB) + P(RM | SMC)P(SMC) = \frac{50}{225} * .8 + \frac{75}{225} * .6 + \frac{100}{225} * .4 = \frac{125}{225}$$

$$P(RM) = 1 - P(RW) = \frac{125}{225}$$

۵) A و B یک جفت تاس سالم را به ترتیب آنقدر پرتاب می کنند تا A مجموع ۶ یا B مجموع ۷ را کسب کند. اگر A ابتدا تاس‌ها را پرتاب کند و سپس نوبت به B برسد و این چرخه تا برنده شدن یکی از این دو نفر ادامه پیدا کند احتمال برنده شدن A را به دست آورید.

حل:

شرط روی پرتاب اول

A : FA در پرتاب اول برنده شود.

B : FB در پرتاب اول برنده شود.

N : هیچکدام در پرتاب اول پیروز نشوند

A : شخص A برنده نهایی باشد

$$P(A) = P(A | FA)P(FA) + P(A | FB)P(FB) + P(A | N)P(N) = \frac{1}{6} + \frac{25}{36}P(A) \Rightarrow \frac{11}{36}P(A) = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{11} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{11}$$

$$P(FA) = \frac{1}{6}, P(A | FA) = 1$$

$$P(FB) = \frac{5}{6} * \frac{1}{6} = \frac{5}{36}, P(A | FB) = 0$$

$$P(N) = \frac{5}{6} * \frac{5}{6} = \frac{25}{36}, P(A | N) = P(A)$$

موفق باشید