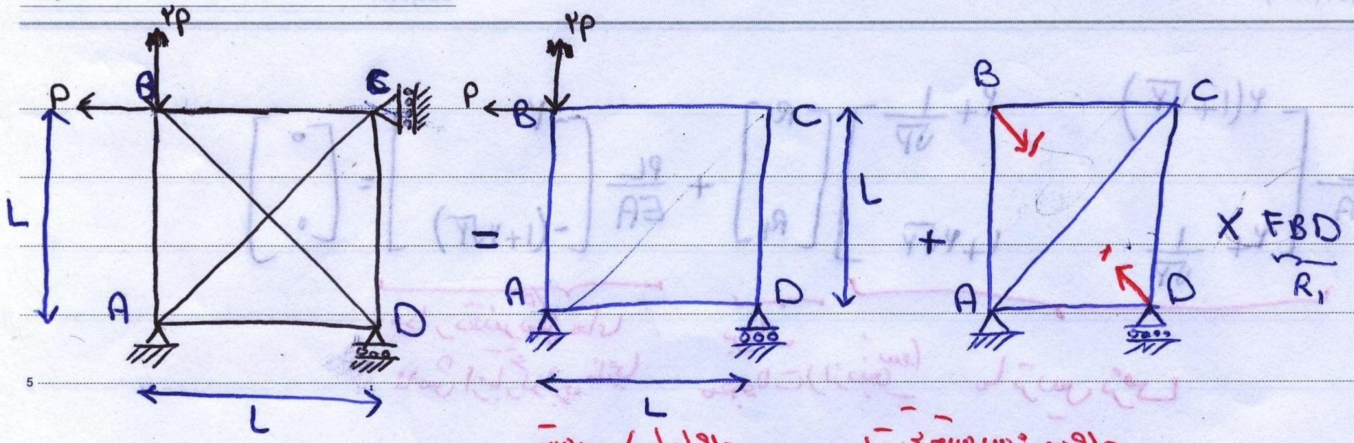
Date : ٣٤

Subject :

Page : ( )



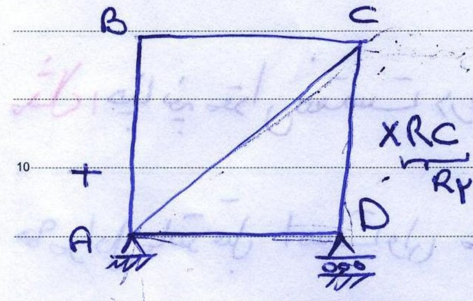
مرحله اول / سیستم تحت بارهای خارجی

نیروها P_L

مرحله دوم: سیستم تحت بار واحد در عضو مجهول BD

نیروها Pu_1

$R_1 = F_{BD}$



مرحله سوم/ سیستم تحت بار واحد در واکنش تکیه‌گاهی مجهول $R_2 = R_C$

نیروها Pu_2

member	P_L	Pu_1	Pu_2	L	EA
AB	$-2P$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	L	EA
AC	$-\sqrt{2}P$	1	$\sqrt{2}$	$L\sqrt{2}$	EA
AD	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	L	EA
BC	P	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	L	EA
BD	0	1	0	$L\sqrt{2}$	EA
CD	P	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1	L	EA
Σ	---	---	---		---

$$\delta_{1L} = \Sigma\left(\frac{P_L Pu_1 L}{EA}\right) = -\frac{2PL}{EA}$$

$$\delta_{2L} = \Sigma\left(\frac{P_L Pu_2 L}{EA}\right) = -\frac{PL}{EA}\left(1+2\sqrt{2}\right)$$

$$\delta_{22} = \Sigma\left(\frac{Pu_2 Pu_2 L}{EA}\right) = \frac{(1+2\sqrt{2})L}{EA}$$

$$\delta_{11} = \Sigma\left(\frac{Pu_1 Pu_1 L}{EA}\right) = \frac{2(1+\sqrt{2})L}{EA}$$

$$\delta_{12} = \Sigma\left(\frac{Pu_1 Pu_2 L}{EA}\right) = \left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{L}{EA}$$

$$\underbrace{\frac{L}{EA}\begin{bmatrix} 2(1+\sqrt{2}) & 2+\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2+\frac{1}{\sqrt{2}} & 1+2\sqrt{2}\end{bmatrix}}_{\text{ماتریس نرمی}}\underbrace{\begin{bmatrix}R_1\\R_2\end{bmatrix}}_{\text{بردار مجهولات (از جنس نیرو)}} + \underbrace{\frac{PL}{EA}\begin{bmatrix}-2\\-(1+2\sqrt{2})\end{bmatrix}}_{\text{بردار تغییر شکل های ناشی از بارگذاری خارجی}} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow R_1 = F_{BD} = -0.242\,P$$

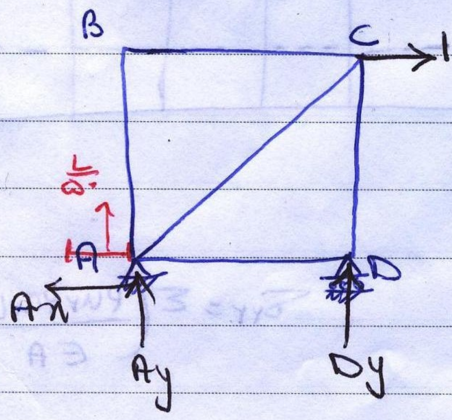
$$R_2 = R_C = 1.172\,P$$

حل) چنانچه مقدار نشست در تکیه گاه C برابر با $\frac{L}{20}$ باشد چگونه باید مسئله را حل کرد؟

همه مراحل مانند قبل است ولی مرحله‌ی آخر برابر با $\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ نخواهد بود و داریم $\begin{bmatrix}0\\\frac{L}{20}\end{bmatrix}$

مثال: چنانچه تکیه گاه A به اندازه‌ی $\frac{L}{50}$ به سمت چپ جا بجا شود در این صورت چگونه باید مسئله را حل کرد؟ اثر نشست تکیه گاه A چنانچه با استفاده از اصل برهم نهی روی سازه‌ی معین اعمال شود باعث ایجاد نیروی داخلی در FBD نمی‌شود بنابراین کماکان درایه‌ی اول برابر با صفر است.

اکنون بررسی می کنیم که نشست تکیه گاه A چه نشستی در نقطه‌ی C ایجاد می کند.



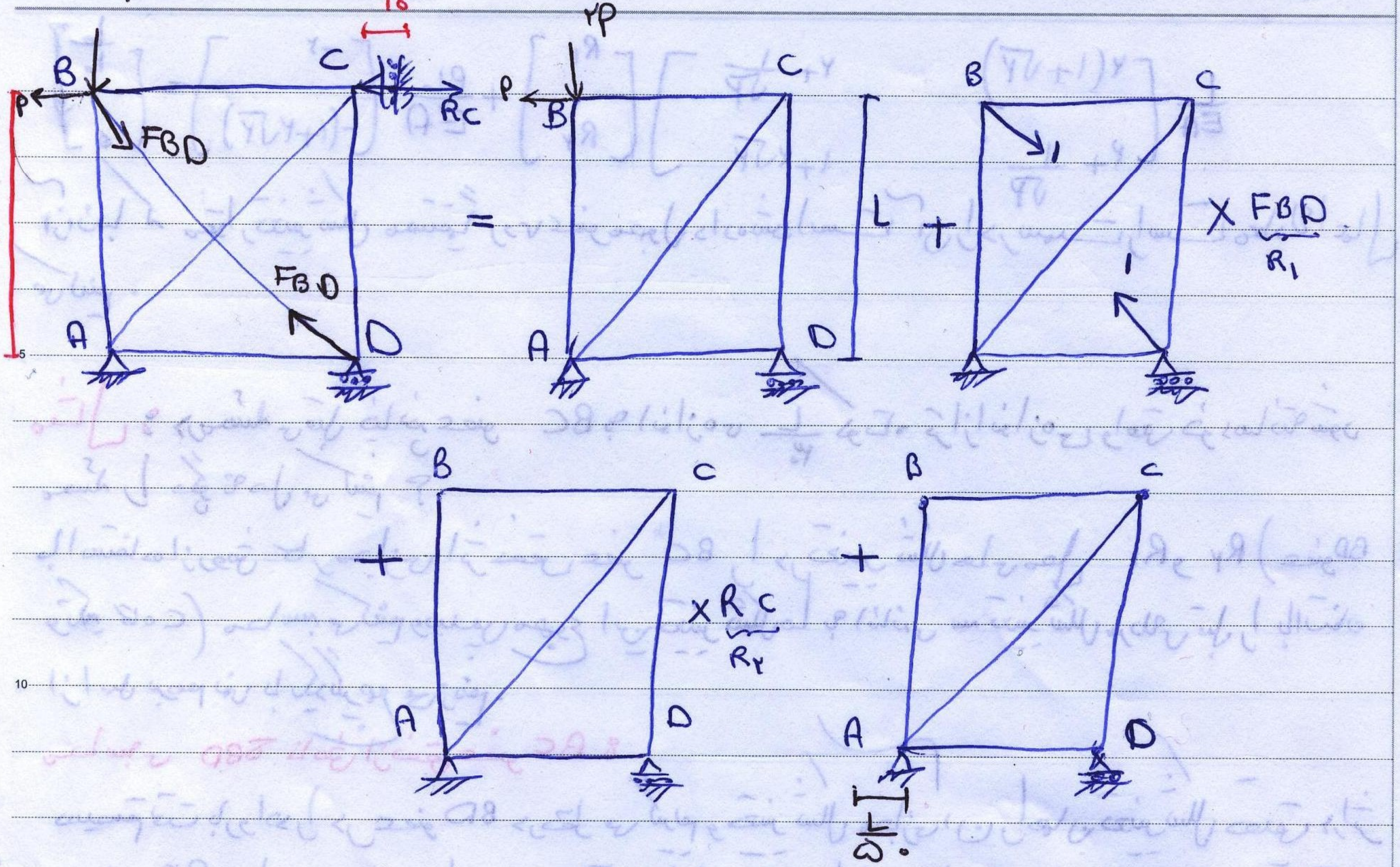
1) $\overset{+}{\rightarrow}\ \Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x = +1$

3) $+\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad A_y = -D_y = -1$

2) $+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \quad 1 * L - D_y * L = 0 \quad D_y = 1$

$$1 * \delta_C + (-1)(0) + 1(0) + 1\left(\frac{L}{50}\right) = 0$$

$$\delta_C = \frac{-L}{50}$$



$$\frac{L}{EA}\begin{bmatrix} 2(1+\sqrt{2}) & 2+\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2+\frac{1}{\sqrt{2}} & 1+2\sqrt{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} + \frac{PL}{EA}\begin{bmatrix} -2 \\ \cancel{-2(2)} \\ -(1+2\sqrt{2}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{L}{50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

در مسئله‌ی قبل مقدار نشست دقیقاً در محل نیروی مجهول داده شده بود بنابراین می‌توانستیم آن را مستقیماً در سمت راست معادله جایگزین کنیم. امّا در این مسئله مقدار نشست در تکیه‌گاه A سبب ایجاد تغییر شکلی در نقطه‌ی C خواهد شد که آن را محاسبه کردیم. (δ_C)
این تغییر شکل به همراه سایر تغییر شکل‌های قبلی (ناشی از R_1 و R_2 و بارهای خارجی) جمع شده و مجموعاً برابر با صفر قرار داده می‌شود.

بررسی اثر نقص عضو در مسئله ۱

چنانچه در مسئله‌ی قبل عضو BD به اندازه‌ی $\frac{L}{25}$ بزرگ‌تر از اندازه‌ی محاسباتی ساخته شود در آن صورت مسئله را چگونه حل می‌کنیم.

$$\frac{L}{EA}\begin{bmatrix} 2(1+\sqrt{2}) & 2+\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2+\frac{1}{\sqrt{2}} & 1+2\sqrt{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_1\\R_2\end{bmatrix}+\frac{PL}{EA}\begin{bmatrix}-2\\-(1+2\sqrt{2})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{L}{10}\\0\end{bmatrix}$$

از آنجا که مقدار تغییر شکل مستقیماً روی عضو مجهول داده شده است آن را در سمت راست معادله اعمال می کنیم.

مثال: در مسئله قبل چنانچه عضو BC به اندازه ی $\frac{L}{30}$ کوتاه تر از اندازه ی واقعی خود ساخته شود مسئله را چگونه حل می کنیم؟

با استفاده از روش کار مجازی اثر نقص عضو BC را در تغییر شکل های محل R_1 و R_2 (عضو BD و تکیه گاه C) محاسبه می کنیم وسپس مجموع این تغییر شکل ها به اضافه ی سه تغییر شکل مرحله ی قبل را با استفاده از اصل برهم نهی با یکدیگر جمع می زنیم.

محاسبه ی δBD ناشی از نقص عضو BC:

سیستم تحت بار واحد را در عضو BD در نظر می گیریم و تغییر شکل مجازی را همان تغییر شکل حقیقی ناشی از نقص عضو BC قرار می دهیم در این صورت کار نیروهای داخلی با کار نیروهای خارجی برابر است.

محاسبه ی δBD ناشی از نقص عضو BC

$$W_{ext}=W_{int}$$

$$1*\delta BD=-\frac{1}{\sqrt{2}}*\left(\frac{-L}{30}\right)$$

$$\delta BD=\frac{L}{30\sqrt{2}}$$

محاسبه ی δc ناشی از نقص عضو BC

$$W_{ext}=W_{int}$$

$$1*\delta c=0$$

$$\delta c=0$$

$$\frac{L}{EA}\begin{bmatrix} 2(1+\sqrt{2}) & 2+\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2+\frac{1}{\sqrt{2}} & 1+2\sqrt{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_1\\R_2\end{bmatrix}+\frac{PL}{EA}\begin{bmatrix}-2\\-(1+2\sqrt{2})\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{L}{30\sqrt{2}}\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

مثال: خرپای شکل مقابل را در نظر بگیرید چنانچه تکیه‌گاه D به اندازه‌ی $\frac{L}{20}$ به سمت پایین نشست کند و عضو AB و AD به ترتیب $\frac{L}{30}$ و $\frac{L}{50}$ بزرگ تر و کوچک تر از اندازه‌ی محاسباتی ساخته شوند در این صورت معادلات همسازی برای محاسبه‌ی نیروهای مجهول چگونه نوشته می‌شود؟ (مثال مسئله‌ی قبل)

اثر حرارت:

در قسمت قبل چنانچه عضو BC به اندازه‌ی ۳۰ درجه $\Delta T =$ حرارت داده شود مسئله را چگونه باید حل کنیم

برای حل مسئله سازه‌ی اولیه را در نظر می‌گیریم و تغییر شکل‌های ناشی از حرارت را در عضو BD و تکیه‌گاه C محاسبه می‌کنیم با استفاده از اصل جمع آثار مجموع تغییر شکل‌ها در اثر:

۱) F_{BC} ۲) R_C ۳) بارگذاری خارجی ۴) حرارت

باید برابر با صفر یا مقدار

محاسبه‌ی δ_{BD} ناشی از حرارت در عضو BC: $W_{ext} = W_{int}$

سیستم با بار واحد در نظر می‌گیریم که تغییر مجازی آن تغییر شکل حقیقی سازه در اثر بارگذاری حرارتی باشد

در این صورت $1 * \delta_{BD} = \sum P u_1 \alpha L \Delta T$ $\delta_{BD} = \frac{-1}{\sqrt{2}} * \alpha L 30$

$$\delta_{BD} = \frac{-\alpha L 30}{\sqrt{2}}$$

محاسبه‌ی δ_C ناشی از حرارت BC:

$w_{ext} = w_{int}$

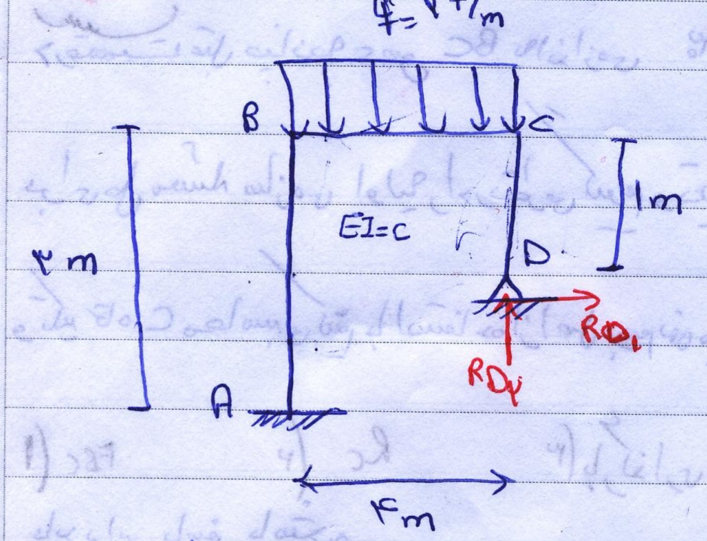
$1 * \delta_C = \sum P u_2 \alpha L \Delta T$

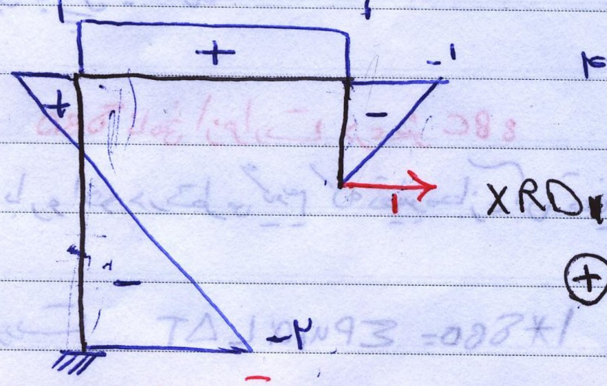
$= 0(\alpha)(L)\Delta T$

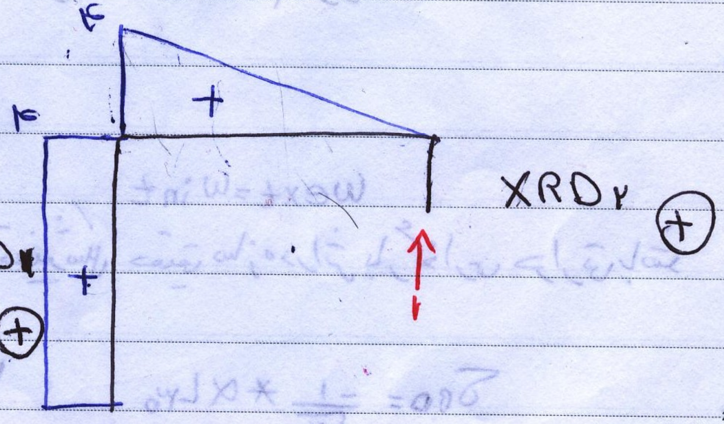
$\delta_C = 0$

$$\frac{L}{EA}\begin{bmatrix}2(1+\sqrt{2}) & 2+\frac{1}{\sqrt{2}}\\ 2+\frac{1}{\sqrt{2}} & 1+2\sqrt{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_1\\ R_2\end{bmatrix}+\frac{PL}{EA}\begin{bmatrix}-2\\ -(1+2\sqrt{2})\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\frac{30\alpha L}{\sqrt{2}}\\ 0\end{bmatrix}=$$

مثال: قاب شکل مقابل را در نظر بگیرید. چنانچه تکیه‌گاه D به اندازه‌ی $\frac{1}{100}$ متر به سمت پایین و به اندازه‌ی $\frac{2}{100}$ متر به سمت راست نشست پیدا کند واکنش‌های تکیه‌گاهی را در نقطه‌ی D بدست آورید و دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی را ترسیم کنید.

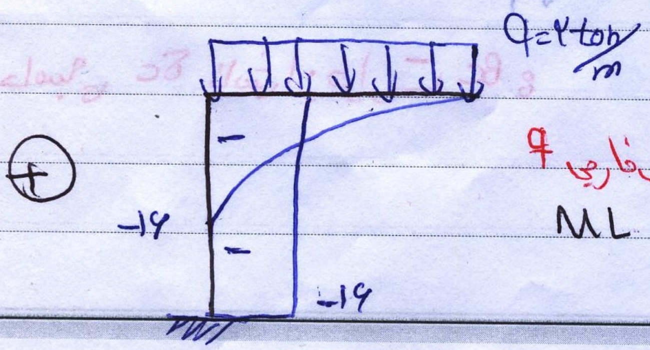






① سیستم تحت بار واحد در جهت RD_1
لنگرهای خمشی ایجاد شده M_{u1}

② سیستم تحت بار واحد در جهت RD_2
لنگرهای خمشی ایجاد شده M_{u2}



③ سیستم تحت اثر بارهای خارجی q
لنگرهای خمشی ایجاد شده M_L

Member	M_{u1}	M_{u2}	M_L	مبدا	دامنه
DC	$-x$	0	0	D	۰ تا ۱
CB	1	x	$-x^2$	C	۰ تا ۴
AB	$-2+x$	4	-16	A	۰ تا ۳

$$\delta_{11}=\int \frac{M_{u1}M_{u1}}{EI}\,dx \qquad \delta_{11}=\int_0^1 \frac{(-x)(-x)}{EI}dx+\int_0^4 \frac{(1)(1)dx}{EI}+\int_0^3 \frac{(-2+x)(-2+x)}{EI}dx$$

$$\delta_{1L}=\int \frac{M_{u1}M_L\,dx}{EI}=\frac{8}{3EI}$$

$$\delta_{2L}=\int \frac{M_{u2}M_L\,dx}{EI}=\frac{-256}{EI}$$

$$\delta_{11}=\int \frac{M_{u1}M_{u1}dx}{EI}=\frac{22}{3EI} \qquad \delta_{22}=\int \frac{M_{u2}M_{u2}dx}{EI}=\frac{208}{3EI}$$

$$\delta_{12}=\int \frac{M_{u1}M_{u2}}{EI}dx=\frac{2}{EI}=\delta_{21}$$

$$\begin{bmatrix}\delta_{11} & \delta_{12}\\ \delta_{21} & \delta_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_1\\R_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\delta_{1L}\\ \delta_{2L}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

بارگذاری بدون نشست

$$\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}\frac{22}{3} & 2\\ 2 & \frac{208}{3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_1\\R_2\end{bmatrix}+\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}\frac{8}{3}\\ -256\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

$R_1=-1.381$

$R_2=3.732$

$$\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}\frac{22}{3} & 2\\ 2 & \frac{208}{3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_1\\R_2\end{bmatrix}+\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}\frac{8}{3}\\ -256\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.012\\ -0.01\end{bmatrix}$$

بارگذاری و نشست باهم

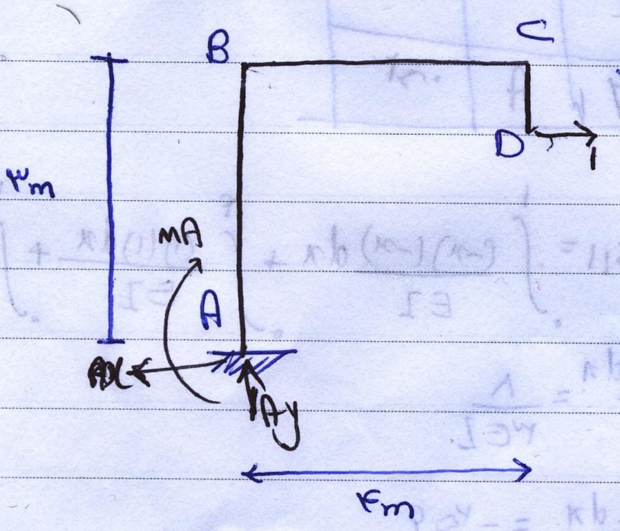
$$\Rightarrow R_1=-1.381+2.789\times10^{-3}EI=12.564$$

$$R_2=3.732-2.247\times10^{-4}EI=2.608$$

$(EI=5\times10^{3})$

مثال۵) مسئله ی قبل را در حالتی حل کنید که سیستم تحت موارد زیر باشد:

۱) بارگذاری خارجی ۴ ۲) دوران تکیه گاه A به اندازه ی $\frac{5}{100}$ رادیان در جهت عقربه های ساعت



محاسبه ی $\delta_{DH} = \delta_{D1}$ ناشی از دوران تکیه گاه A

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \qquad A_x = 1$

$+\uparrow \sum F_y = 0 \qquad A_y = 0$

$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \qquad M_A + 1*2 = 0$

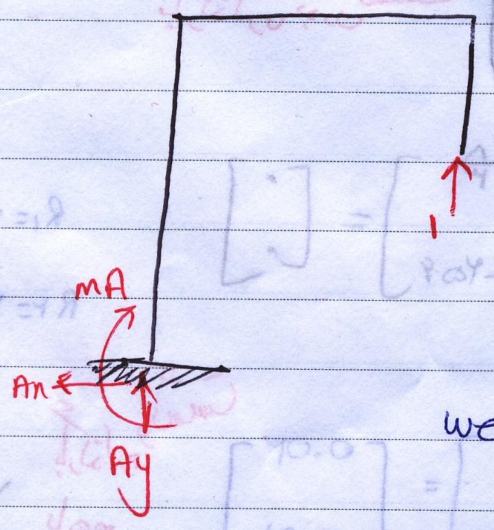
$M_A = -2$

$W_{ext} = W_{int} \Rightarrow 1*\delta_{D1} + 1(0) + 0(0) + M_A \theta_A = 0$

$1*\delta_{D1} + (-2)*(0.05) = 0$

$\delta_{D1} = 0.10$

محاسبه ی $\delta_{DV} = \delta_{D2}$ ناشی از دوران تکیه گاه A



$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \qquad A_x = 0$

$+\uparrow \sum F_y = 0 \qquad A_y = -1$

$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \qquad M_A = 1*4 = 4$

$W_{ext} = W_{int} = 0 \qquad 1*\delta_{D2} + (0)(0) + (-1)(0) + 4(0.05) = 0$

$\delta_{D2} = -0.20$

Date : ۳۸

Subject :

Page : ( )

$$\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}\frac{22}{3} & 2\\ 2 & \frac{208}{3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_1\\ R_2\end{bmatrix}+\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}\frac{5}{3}\\ -256\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.10\\ -0.20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$

افشین خردمند